

Table des matières

Préface	11
Avant-propos	13
PREMIÈRE PARTIE. LOGIQUE(S)	17
Chapitre 1. Une brève histoire de la logique	19
1.1. La logique : une création de la Grèce antique	19
1.2. L'argumentation au Moyen Âge	20
1.3. La logique mathématique	21
Chapitre 2. Logique des propositions	23
2.1. Aspects syntaxiques	24
2.1.1. Caractérisation par une grammaire syntaxique de Chomsky	25
2.1.2. Une nouvelle grammaire sous forme normale BNF	26
2.1.3. De la suppression complète des parenthèses	27
2.2. Aspects sémantiques	29
2.2.1. Définitions	29
2.2.2. Morphisme de substitution et valeur de vérité	32
2.2.3. Formules et fonctions booléennes	34
2.2.4. Réduction de formules	35
2.3. Aspects algébriques	40
2.3.1. Algèbre de Boole	40
2.3.2. Treillis de Boole	41
2.3.3. Anneau de Boole	41
2.3.4. Algèbres de Boole et calcul propositionnel	42
2.4. Aspects déductifs	43
2.4.1. Notion de conséquence logique	43

6 Logique(s), langages formels et complexité

2.4.2. Systèmes formels	44
2.4.3. Un système formel pour le calcul propositionnel	45
2.4.4. Principe de résolution	48
2.5. Une transition explosive !	51
Chapitre 3. Logique des prédicats	55
3.1. Aspects syntaxiques	56
3.1.1. Alphabet	56
3.1.2. Formules du calcul des prédicats	56
3.1.3. Caractérisation des variables	58
3.1.4. Substitution d'une variable par un terme	59
3.1.5. Remarques concernant l'écriture	59
3.2. Aspects sémantiques	60
3.2.1. Notions d'interprétation et de modèle	60
3.2.2. Tautologies et formules satisfiables	62
3.2.3. Formes normales pour le calcul des prédicats	63
3.3. Aspects déductifs	68
3.3.1. Conséquence logique et systèmes d'axiomes	69
3.3.2. Théorème de Herbrand	72
3.3.3. Principe de résolution pour le calcul des prédicats	75
3.3.4. Propriétés du calcul des prédicats	81
Chapitre 4. Logiques non classiques	83
4.1. Logiques modales	84
4.1.1. Logique modale	85
4.1.2. Logique déontique	88
4.1.3. Logique temporelle	89
4.2. Logiques plurivalentes	93
4.2.1. Logique trivalente de Łukasiewicz	93
4.2.2. Logique trivalente de Kleene	94
4.2.3. Logique trivalente de Bochvar	95
4.2.4. Logiques multivalentes	96
4.3. Logique floue	97
4.3.1. Sous-ensembles flous	97
4.3.2. Relations et quantités floues	103
4.3.3. Propositions floues	107
4.3.4. Raisonnement flou	108
4.3.5. Caractéristiques de la logique floue	111
DEUXIÈME PARTIE. LANGAGES FORMELS ET AUTOMATES	113
Chapitre 5. Langages formels et grammaires	115

5.1. Rappels : dénombrement d'ensembles	116
5.1.1. Cardinalité des ensembles	116
5.1.2. Cardinaux et ordinaux transfinis	117
5.1.3. Énumération d'ensembles dénombrables	119
5.2. Mots et langages	121
5.2.1. Notion d'alphabet	121
5.2.2. Opérations sur les mots	122
5.2.3. Structure mathématique	122
5.2.4. Notion de langage	123
5.3. Grammaires formelles de Chomsky (1956)	124
5.3.1. Définition	124
5.3.2. Différents types de grammaires	125
5.3.3. Dérivation	125
5.3.4. Langage engendré par une grammaire	126
5.4. Des grammaires aux automates	127
Chapitre 6. Automates	129
6.1. Automates finis déterministes	130
6.1.1. Définition	130
6.1.2. Langage reconnu par un automate	133
6.2. Automates finis non déterministes	135
6.2.1. Définition	135
6.2.2. Langage reconnu par un automate non déterministe	135
6.2.3. Automates déterministes et automates non déterministes	137
6.3. Application : recherche dans un texte	142
6.3.1. Automate fini non déterministe pour la recherche dans un texte	142
6.3.2. Automate fini déterministe pour la recherche de mots-clés	144
Chapitre 7. Langages et automates	147
7.1. Automates et langages	148
7.1.1. Relations d'équivalence	148
7.1.2. Le théorème de Nerode et ses conséquences	150
7.1.3. Application : régularité de langages	151
7.1.4. Langages réguliers et langages de type 3	154
7.2. Propriétés des langages réguliers	156
7.2.1. Structure algébrique	156
7.2.2. Opérations sur les langages réguliers	157
7.3. Expressions régulières	159
7.3.1. Notations, syntaxe	159
7.3.2. Calculer l'expression régulière associée à un automate	161
7.3.3. Associer un automate à une expression régulière	166
7.3.4. Les expressions régulières dans le monde UNIX	169
7.4. Des automates pour tout type de langage	170

TROISIÈME PARTIE. CALCULABILITÉ, COMPLEXITÉ	173
Chapitre 8. Calculabilité, décidabilité	175
8.1. Langages et problèmes	175
8.1.1. Algorithmes et problèmes	176
8.1.2. Problèmes sur les langages	177
8.1.3. Problèmes et langages	179
8.1.4. Les limites des ordinateurs	179
8.2. Machines de Turing	183
8.2.1. Définition	183
8.2.2. Description instantanée	185
8.2.3. Langage accepté par une machine de Turing	187
8.2.4. Machines de Turing et calcul de fonctions	188
8.2.5. Machines de Turing et ordinateurs modernes	190
8.3. Machine de Turing et langages	192
8.3.1. Calculabilité : langages récursivement énumérables	193
8.3.2. Décidabilité : langages récursifs	195
8.4. Un problème indécidable : le problème de correspondance de Post	200
8.4.1. Le problème de correspondance de Post	200
8.4.2. Décidabilité de PCP	200
Chapitre 9. Complexité	201
9.1. Complexité des algorithmes	201
9.1.1. Mesure de la performance d'un algorithme	202
9.1.2. Complexité des différentes sortes de machines de Turing	203
9.1.3. Comment choisir un algorithme ?	209
9.2. Complexité des problèmes : classes \mathcal{P} et \mathcal{NP}	210
9.2.1. Les classes \mathcal{P} et \mathcal{NP}	210
9.2.2. Réduction polynômiale	211
9.2.3. \mathcal{C} -complétude	212
9.2.4. Autres problèmes \mathcal{NP} -complets	213
9.3. Autres classes de complexité	214
9.3.1. Compléments de problèmes \mathcal{NP}	214
9.3.2. Problèmes solubles en espace polynômial	216
9.3.3. Les classes basées sur des algorithmes aléatoires	217
9.4. Décidabilité et complexité en pratique	222
Annexes	225
A. Indications biographiques	225
B. Corrections des exercices	243
B.1. Logique des propositions	243
B.2. Logique des prédicats	258

B.3. Logiques non classiques	268
B.4. Langages formels et grammaires	271
B.5. Automates	273
B.6. Langages et automates	283
B.7. Calculabilité, décidabilité	288
B.8. Complexité	293
Bibliographie	301
Index	305

