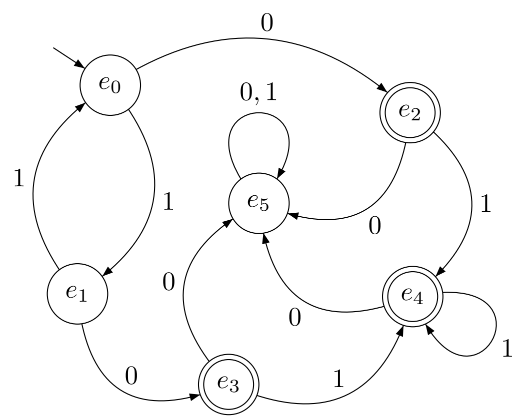
EXERCICE 6.2. PAGE 133

La nature totalement symétrique du graphe ainsi que l'étude des transitions possibles montre clairement que l'ensemble des mots acceptés par le langage est l'ensemble des mots ayant un nombre pair de 0 et un nombre pair de 1.

EXERCICE 6.3. PAGE 133

❶



❷ – $c_0 = \{11\}^+$, les mots constitués d'un nombre pair de 1.

– $c_1 = 1\{11\}^\star$, les mots constitués d'un nombre impair de 1.

– $c_2 = 0 \cup c_0 \cdot 0 = \{11\}^\star 0$, les mots constitués d'un nombre (éventuellement nul) pair de 1 puis un 0.

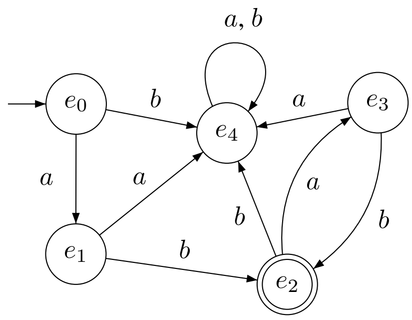
– $c_3 = c_1 \cdot 0 = 1\{11\}^\star 0$, les mots constitués d'un nombre impair de 1 puis d'un 0.

– $c_4 = (c_2 \cup c_3) \cdot 1 \cdot 1^\star = 1^\star 01^+$, les mots ne contenant qu'un seul 0 et terminant par au moins un 1.

– $c_5 = (c_2 \cup c_3 \cup c_4) \cdot 0 \cdot \{0, 1\}^\star = 1^\star 01^\star 0\{0, 1\}^\star$, les mots contenant au moins deux 0.

❸ $T(A) = c_2 \cup c_3 \cup c_4 = 1^\star 01^\star$, les mots ne contenant qu'un seul 0.

EXERCICE 6.4. PAGE 133



La figure donne le diagramme de l'automate. e_4 est un état *poubelle*. En effet, les mots reconnus par cet automate sont les mots de $(ab)^+$. Dès que le mot lu ne correspond pas, l'automate entre dans l'état e_4. Par ailleurs, l'état e_3 est inutile et peut être remplacé par l'état e_1, simplifiant ainsi l'automate.

EXERCICE 6.5. PAGE 134

Il permet de reconnaître les mots constitués d'un nombre impair de 1. Pour cela, on va montrer par récurrence que $\hat{\tau}(e_0, w) = e_0$ si et seulement si w possède un nombre pair de 1. ϵ possède bien un nombre pair de 1 et $\hat{\tau}(e_0, \epsilon) = e_0$. La propriété est donc vérifiée pour les mots de longueur 1.

Soit $w = za$ et la propriété vérifiée pour z.

❶ Considérons $a = 0$.

① Si w a un nombre pair de 1 alors z aussi. Or, par hypothèse, $\hat{\tau}(e_0, z) = e_0$. Ainsi, $\hat{\tau}(e_0, w) = \tau(\hat{\tau}(e_0, z), 0) = e_0$ (d'après l'automate).

② Si w a un nombre impair de 1, z aussi. Or, comme la propriété est vérifiée $\hat{\tau}(e_0, z) = e_1$ et toujours d'après l'automate, $\hat{\tau}(e_0, w) = \tau(\hat{\tau}(e_0, z), 0) = e_1$. La propriété est donc vérifiée dans ce cas.

❷ Considérons $a = 1$.

① Si w a un nombre pair de 1 alors z en a un nombre impair. Or, par hypothèse, $\hat{\tau}(e_0, z) = e_1$. Ainsi, $\hat{\tau}(e_0, w) = \tau(\hat{\tau}(e_0, z), 1) = e_0$ (d'après l'automate).

② Si w a un nombre impair de 1, z en a un nombre pair. Or, comme la propriété est vérifiée $\hat{\tau}(e_0, z) = e_0$ et toujours d'après l'automate, $\hat{\tau}(e_0, w) = \tau(\hat{\tau}(e_0, z), 1) = e_1$. La propriété est donc vérifiée dans ce cas.